مقایسه دو روش تعیین وزن شاخص‌ها در تصمیم‌گیری چندشاخصه در اولویت‌بندی و انتخاب ساختگاه مناسب سد

رضا جاویدی صباغیان [۱]، محمدباقر شریفی [۲]، حبیب رجبی مشهدی [۳]

۱- کارشناس‌ارشد رشته مهندسی عمران گرایش آب دانشگاه فردوسی مشهد، کارشناس‌ارشد شرکت مهندسی مشاور طوس‌آب

۲- استادیار گروه مهندسی عمران دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد

۳- دانشیار گروه مهندسی برق دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد

rezajs_civil_eng@yahoo.com
mbsharif@ferdowsi.um.ac.ir
h_mashhadi@ferdowsi.um.ac.ir

خلاصه

در این مطالعه، تأثیر انتخاب روش تعیین وزن شاخص‌ها در رتبه‌بندی نهایی گزینه‌ها برای انتخاب ساختگاه سد، در تصمیم‌گیری چندشاخصه مورد بررسی قرار می‌گیرد. به این منظور دو روش، تحت عناوین تکنیک آنتروپی و کمترین مجذورات وزین‌شده برای تعیین وزن شاخص‌ها و با کاربرد روش تصمیم‌گیری TOPSIS، برای بررسی و اولویت‌بندی گزینه‌های پیشنهادی در موردمطالعاتی حوضه آبریز کسیلیان، مورد استفاده قرار می‌گیرند. پس از تحلیل حساسیت بر روی روش‌ها و پارامترها، نتایج بررسی با یکدیگر مقایسه می‌گردند.

کلمات کلیدی: تصمیم‌گیری چندشاخصه، تعیین ساختگاه سد، آنتروپی، کمترین مجذورات وزین‌شده، روش TOPSIS

۱. مقدمه

با تأمل در نیاز روزافزون و چشم‌گیر به منابع آب و استفاده بهینه و بهره‌برداری مناسب از آن‌ها و تصمیم‌گیری صحیح در این امر و نیز با توجه به این‌که در بیشتر مسائل تصمیم‌گیری عموماً اهداف و عوامل متعددی مطرح است و فرد یا افراد تصمیم‌گیر سعی دارند که بین چند گزینه موجود بهترین گزینه را انتخاب نمایند، لذا در این راستا مدیریت و برنامه‌ریزی منابع آب به یکی از مسائل و نگرانی‌های مهم کشورها و دولت‌های مختلف تبدیل گردیده است. در گذشته، مدیریت و برنامه‌ریزی منابع آب و انتخاب گزینه برتر در بهره‌برداری بهینه از آن‌ها، تنها مبتنی بر یک هدف اصلی –بیشینه نمودن نسبت سود به هزینه– بود. اما امروزه با استفاده از مدل‌های تصمیم‌گیری، دیگر لازم نیست که فقط از معادل مالی معیارهای اجتماعی و محیط‌زیستی استفاده نمود، بلکه می‌توان معیارهای مختلف را به‌صورت معیارهای کمی و کیفی برای انتخاب گزینه برتر به‌کار برد [۱].

پیچیدگی مسائل مدیریت منابع آب از یک‌سو و ارتباط مستقیم آن با سایر دانش‌ها از سویی دیگر، سبب گردیده است که تصمیم‌گیر به‌منظور مدیریت و برنامه‌ریزی بهینه منابع آب، نتواند به‌سهولت تمام جوانب و عوامل مؤثر در تصمیم‌گیری برای انتخاب چندین گزینه با شرایط مختلف را درنظر بگیرد. بنابراین ضروری است که تصمیم‌گیر با تخصص و مهارت‌های مختلف همچون کشاورزی، اقتصاد، محیط‌زیست و جامعه‌شناسی و ... در فرآیند تصمیم‌گیری منابع آب دخیل باشد.

در برخی مواقع به‌دلیل فشار زمانی، کمبود دانش و اطلاعات، و دقت وتوانایی محدود تصمیم‌گیر در پردازش اطلاعات و در شرایط عدم‌قطعیت، نمی‌توان به یک روش برای کمی‌سازی مقیاس‌های کیفی و بی‌مقیاس نمودن شاخص‌ها، وزن‌دهی به شاخص‌ها و نیز اولویت‌بندی گزینه‌ها اکتفا نمود و باید با بررسی روش‌های مختلف و درنهایت تحلیل حساسیت بر روی هریک از این روش‌ها، با استفاده از قضاوت مهندسی، به اولویت‌بندی گزینه‌ها پرداخت. این امر یکی از امور مهم و ضروری در حل مسائل مدیریت منابع آب می‌باشد.

۲. معرفی مشخصات محدوده مطالعاتی

طرح مطالعاتی موردنظر، شامل بخش اعظم حوضه آبریز رودخانه تالار و کسیلیان می‌باشد. رودخانه کسیلیان از دامنه‌های شمالی البرز سرچشمه می‌گیرد و از شاخه‌های اصلی رودخانه تالار محسوب می‌شود، در شهر شیرگاه به رودخانه تالار متصل می‌گردد و پس از اتصال درنهایت به دریای خزر می‌ریزد [۲].

این محدوده از شمال به دریای خزر، از شرق به رودخانه سیاه‌رود، از غرب به رودخانه بابل‌رود و از جنوب به شهر شیرگاه محدود می‌باشد.

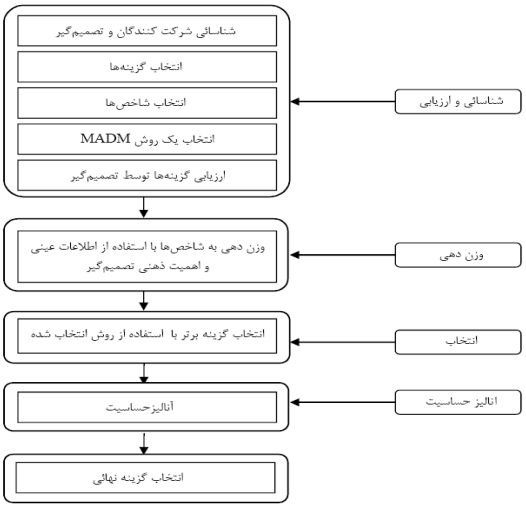
به‌منظور استفادهٔ بهینه از آب رودخانه تالار و تأمین و تنظیم آب برای نیازهای شرب شهرهای مجاور و کشاورزی منطقه که همه‌ساله سیلاب‌های آن از دسترس خارج شده و به دریا می‌ریزد، انتقال آب آن به حوضه مجاور یعنی رودخانه کسیلیان در دستور کار قرار گرفته است [۲].

به این منظور دو سازه آبی شامل دو سیستم انحراف آب T1 و T2 با موقعیت‌های متفاوت بر روی رودخانه تالار و نه سازه آبی شامل سدهای مخزنی D1، D2، D3، D4، D5، D6، D7، D8 و D9 با شرایط و موقعیت‌های مختلف بر روی رودخانه کسیلیان، برای انتخاب جهت تأمین هدف در این حوضه آبریز در نظر گرفته شده‌اند [۳].

هدف از این مطالعه، بررسی نه گزینه سد مخزنی بر روی رودخانه کسیلیان برای استفاده بهینه از آب رودخانه تالار، پس از انتقال آب آن توسط کانال انتقال، جلوگیری از اتلاف این آب به منظور تأمین و تنظیم آب برای نیازهای شرب شهرهای مجاور و کشاورزی منطقه می‌باشد تا پس از بررسی شرایط و ویژگیهای مربوط به هر یک از این گزینه‌ها، یک ساختگاه به عنوان گزینه نهایی جهت ساخت انتخاب گردد.

۳. بررسی فرآیند تصمیم‌گیری چندشاخصه

فرآیند تصمیم‌گیری چندشاخصه (MADM)، شامل چهار مرحله اساسی: ۱- شناسایی و ارزیابی، ۲- وزن‌دهی، ۳- انتخاب گزینه نهایی یا اولویت‌بندی گزینه‌ها با استفاده از یکی از روش‌های MADM و ۴- تحلیل حساسیت می‌باشد. فرآیند تصمیم‌گیری چندشاخصه در شکل (۱) نشان داده شده است.



شکل ۱- فرآیند تصمیم‌گیری چندشاخصه [۴]

۳-۱. شناسایی و ارزیابی تصمیم‌گیر، گزینه‌ها و شاخص‌ها و روش‌های تصمیم‌گیری

در مرحله شناسایی و ارزیابی، تصمیم‌گیران، گزینه‌ها و شاخص‌های تصمیم‌گیری و روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه برای اولویت‌بندی گزینه‌ها یا انتخاب گزینه نهایی مشخص می‌شوند. در مرحله پایانی، ارزیابی گزینه‌ها در مقابل شاخص‌ها توسط تصمیم‌گیر یا تصمیم‌گیران صورت می‌پذیرد.

در مرحله انتخاب شاخص‌ها که یکی از تأثیرگذارترین روش‌ها در انتخاب گزینه‌هاست [۵]، در این تحقیق نه شاخص کیفی و کمی با جنبه‌های مثبت و منفی وجود دارند. تخریب محیط‌زیستی شاخص کیفی A1 [۱] با جنبه منفی، امکان وسهولت حمل از منابع قرضه به محل ساختگاه شاخص کیفی A2 با جنبه مثبت، پایداری کناره‌ها شاخص کیفی A3 با جنبه مثبت، هزینه کل شاخص کمی A4 با جنبه منفی، ظرفیت و حجم مخزن شاخص کمی A5 با جنبه مثبت، سیلاب حداکثر ۱۰۰۰ساله شاخص کمی A6 با جنبه منفی، آبدهی سالانه شاخص کمی A7 با جنبه مثبت، حجم رسوبات سالانه وارد به مخزن شاخص کمی A8 با جنبه منفی و کیفیت آب شاخص کیفی A9 با جنبه مثبت به‌عنوان شاخص‌های این پروژه تصمیم‌گیری می‌باشند.

در مرحله انتخاب گزینه‌ها، نه گزینه یا ساختگاه D1 [۲]، D2، D3، D4، D5، D6، D7، D8 و D9 برای ساخت سد به منظور تأمین و تنظیم آب برای نیازهای شرب شهرهای مجاور و کشاورزی منطقه مورداستفاده قرار می‌گیرد.

روش مورد بررسی در امر تصمیم‌گیری برای انتخاب گزینه نهایی یا اولویت‌بندی گزینه‌ها در این مطالعه، روش ترتیب اولویت‌ها براساس شباهت با راه‌حل آرمانی یا TOPSIS می‌باشد. این روش از زیرگروه سازشی به‌کار برده می‌شود.

در اقدام پایانی، ارزیابی گزینه‌ها در مقابل شاخص‌ها توسط تصمیم‌گیر در قالب ماتریس تصمیم‌گیری و ماتریس مقایسات زوجی از مرتبه نه مطابق جدول‌های (۱) و (۲) صورت می‌پذیرد.

جدول ۱- ماتریس تصمیم‌گیری برای ارزیابی گزینه‌ها در برابر شاخص‌ها [۳]

شاخص / گزینه	تخریب محیط زیستی	امکان و سهولت حمل از منابع قرضه به ساختگاه	پایداری کناره ها	هزینه کل (میلیاردریال)	ظرفیت و حجم مخزن (MCM)	سیلاب حداکثر ۱۰۰۰ساله (MCM)	آبدهی سالانه (MCM)	حجم رسوبات سالانه وارده به مخزن (MCM)	کیفیت آب
D1	خیلی زیاد	متوسط	متوسط	۲۲۰	۶۵	۴۳۰	۱۵۰/۶	۲۱/۵	خیلی
D2	خیلی زیاد	متوسط	کم	۲۰۰	۷۶	۴۹۷	۱۵۹	۲۲/۳	خوب
D3	خیلی زیاد	متوسط	خیلی	۲۳۵	۷۸	۵۰۶	۱۶۰/۲	۲۲/۴	خوب
D4	زیاد	متوسط	کم	۲۲۳/۲	۸۹	۵۱۲	۱۶۸/۹	۲۳	متوسط
D5	زیاد	متوسط	خیلی	۱۹۰/۶	۱۰۳	۵۳۲	۱۷۶/۲	۲۳/۸	متوسط
D6	متوسط	خوب	متوسط	۱۹۶/۳	۹۷	۵۴۶	۱۸۲/۷	۲۴/۴	متوسط
D7	کم	خیلی بد	خیلی	۲۸۴/۸	۱۴۸	۶۴۷	۲۱۷/۸	۲۷/۵	بد
D8	خیلی کم	بد	متوسط	۲۶۳/۱	۱۳۷	۶۷۵	۲۲۶	۲۸/۲	خیلی بد
D9	خیلی کم	خیلی خوب	زیاد	۲۷۴/۶	۱۳۶	۶۷۹	۲۲۸/۴	۲۸/۴	خیلی بد

جدول ۲- ماتریس مقایسات زوجی D و اهمیت نسبی شاخص‌ها برمبنای قضاوت تصمیم‌گیر

	A1(-)	A2(+)	A3(+)	A4(-)	A5(+)	A6(-)	A7(+)	A8(-)	A9(+)
A1(-)	۱/۰۰۰	۲/۸۳۰	۱/۵۷۴	۹/۰۰۰	۴/۴۳۰	۹/۰۰۰	۹/۰۰۰	۹/۰۰۰	۱/۶۷۶
A2(+)	۰/۳۸۲	۱/۰۰۰	۰/۵۵۸	۵/۴۹۷	۱/۵۶۹	۴/۹۵۵	۴/۵۳۴	۹/۰۰۰	۰/۵۹۳
A3(+)	۰/۶۸۵	۱/۷۹۹	۱/۰۰۰	۹/۰۰۰	۲/۷۶۱	۸/۶۳۱	۷/۸۹۶	۹/۰۰۰	۱/۰۶۵
A4(-)	۰/۱۱۱	۰/۵۶۲	۰/۱۱۱	۱/۰۰۰	۰/۴۴۸	۰/۸۶۹	۰/۷۸۶	۱/۵۳۷	۰/۱۱۱
A5(+)	۰/۳۳۱	۰/۹۱۲	۰/۴۹۲	۲/۹۵۵	۱/۰۰۰	۲/۶۳۲	۲/۴۰۰	۵/۱۷۳	۰/۵۳۱
A6(-)	۰/۱۱۱	۰/۶۹۴	۰/۳۶۳	۱/۱۵۵	۰/۵۳۷	۱/۰۰۰	۰/۹۰۴	۱/۷۳۸	۰/۳۹۸
A7(+)	۰/۱۱۱	۰/۷۸۶	۰/۴۱۱	۱/۲۸۱	۰/۶۰۳	۱/۱۰۷	۱/۰۰۰	۱/۹۱۳	۰/۴۵۰
A8(-)	۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	۰/۷۶۲	۰/۴۲۹	۰/۶۴۴	۰/۵۷۸	۱/۰۰۰	۰/۱۱۱
A9(+)	۰/۶۴۴	۱/۶۸۸	۰/۹۴۰	۹/۰۰۰	۲/۶۱۷	۸/۲۲۲	۷/۵۲۲	۹/۰۰۰	۱/۰۰۰

۱- A : برای نامگذاری اختصاری شاخص‌ها این حرف انتخاب گردیده است که به‌عنوان حرف اول کلمه Attribute به‌معنای شاخص می‌باشد.

۲- D : برای نامگذاری اختصاری گزینه‌های سد این حرف انتخاب گردیده است که به‌عنوان حرف اول کلمه Dam به‌معنای سد می‌باشد.

3- MCM : میلیون مترمکعب

۳-۲. مقیاس اندازه‌گیری شاخص‌ها و تبدیل یک شاخص کیفی به‌صورت کمی

یک گزینه D_i در تصمیم‌گیری چندشاخصه (MADM) ممکن است توسط دو نوع شاخص A_j توصیف گردد. به‌عنوان مثال در این تحقیق، این دو نوع شاخص عبارت از شاخص کمی (مانند هزینه، ظرفیت و حجم مخزن، سیلاب حداکثر ۱۰۰۰ساله، آبدهی سالانه، حجم رسوبات سالانه وارد به مخزن و...) و شاخص کیفی (مانند تخریب زیست‌محیطی، امکان و سهولت حمل از منابع قرضه به ساختگاه، پایداری کناره‌ها، کیفیت آب و...) می‌باشند.

همچنین یک روش عمومی در اندازه‌گیری یک شاخص کیفی با مقیاس فاصله‌ای، استفاده از مقیاس دوقطبی فاصله‌ای است. برای این منظور در این مطالعه، مقیاس دوقطبی فرد (۹و۷و۵و۳و۱)، مورداستفاده قرار می‌گیرد [۶].

در ماتریس تصمیم‌گیری، شاخص کیفی با جنبه منفی A1، شاخص کیفی با جنبه مثبت A2، شاخص کیفی با جنبه مثبت A3 و شاخص کیفی با جنبه مثبت A9 براساس مقیاس دوقطبی فرد (۹و۷و۵و۳و۱)، کمی می‌شوند. مقادیر عددی مربوط به این کمی‌سازی در جدول (۳) درج می‌گردند.

جدول ۳- ماتریس تصمیم‌گیری کمی‌شده با استفاده از مقیاس دوقطبی فرد (۹و۷و۵و۳و۱)

	شاخص / گزینه	A1(-)	A2(+)	A3(+)	A4(-)	A5(+)	A6(-)	A7(+)	A8(-)	A9(+)
۱,۳,۵,۷,۹	D1	۹	۵	۵	۲۲۰	۶۵	۴۳۰	۱۵۰/۶	۲۱/۵	۹
	D2	۹	۵	۳	۲۰۰	۷۶	۴۹۷	۱۵۹	۲۲/۳	۷
	D3	۹	۵	۱	۲۳۵	۷۸	۵۰۶	۱۶۰/۲	۲۲/۴	۷
	D4	۷	۵	۳	۲۲۳/۲	۸۹	۵۱۲	۱۶۸/۹	۲۳	۵
	D5	۷	۵	۱	۱۹۰/۶	۱۰۳	۵۳۲	۱۷۶/۲	۲۳/۸	۵
	D6	۵	۷	۵	۱۹۶/۳	۹۷	۵۴۶	۱۸۲/۷	۲۴/۴	۵
	D7	۳	۱	۹	۲۸۴/۸	۱۴۸	۶۴۷	۲۱۷/۸	۲۷/۵	۳
	D8	۱	۳	۵	۲۶۳/۱	۱۳۷	۶۷۵	۲۲۶	۲۸/۲	۱
	D9	۱	۹	۷	۲۷۴/۶	۱۳۶	۶۷۹	۲۲۸/۴	۲۸/۴	۱

۳-۳. بی‌مقیاس کردن یا یکسان‌سازی مقیاس‌ها

در این پژوهش، مقیاس‌های اندازه‌گیری شاخص‌های کمی می‌توانند با یکدیگر متفاوت باشند (مانند هزینه به ریال در مقابل ظرفیت مخزن به میلیون مترمکعب). به همین دلیل انجام عملیات اصلی ریاضی، پیش از بی‌مقیاس کردن و یا یکسان‌سازی مقیاس‌ها مجاز نیست.

به‌این‌منظور، روش بی‌مقیاس کردن خطی مورد استفاده قرار گرفته است. برای تبدیل در این نوع بی‌مقیاسی، درصورتی‌که شاخص‌های با جنبه مثبت و با جنبه منفی به‌طور مخلوط با یکدیگر به‌کارگرفته شده باشند، به‌ازای جنبه مثبت از رابطه (۱) و به‌ازای جنبه منفی از رابطه (۲) استفاده می‌شود که این روابط ذیلاً گردیده‌اند [۶].

$$n_{ij} = \frac{r_{ij}}{r_j^* = \max_i r_{ij}} \qquad (۱)$$

که در آن r_{ij}، ارزش مربوط به گزینه iام به‌ازای شاخص j ام می‌باشد. n_{ij} نیز مقادیر بدون‌بعدشده مربوط به عضو r_{ij} از ماتریس تصمیم‌گیری پس از بی‌مقیاس نمودن است.

$$n_{ij} = \frac{(1/r_{ij})}{\max_i (1/r_{ij})} = \frac{\min_i r_{ij}}{r_{ij}} = \frac{r_j^{\min}}{r_{ij}} \qquad (۲)$$

نتایج این بی‌مقیاسی برای مقیاس دوقطبی فرد (۹و۷و۵و۳و۱) در جدول (۴) درج می‌گردند.

جدول ۴- ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس‌شده با استفاده از روش بی‌مقیاسی خطی

گزینه \ شاخص		A1(-)	A2(+)	A3(+)	A4(-)	A5(+)	A6(-)	A7(+)	A8(-)	A9(+)
۱,۳,۵,۷,۹	D1	۰/۱۱۱	۰/۵۵۶	۰/۵۵۶	۰/۸۶۶	۰/۴۳۹	۱/۰۰۰	۰/۶۵۹	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰
	D2	۰/۱۱۱	۰/۵۵۶	۰/۳۳۳	۰/۹۵۳	۰/۵۱۴	۰/۸۶۵	۰/۶۹۶	۰/۹۶۴	۰/۷۷۸
	D3	۰/۱۱۱	۰/۵۵۶	۰/۱۱۱	۰/۸۱۱	۰/۵۲۷	۰/۸۵۰	۰/۷۰۱	۰/۹۶۰	۰/۷۷۸
	D4	۰/۱۴۳	۰/۵۵۶	۰/۳۳۳	۰/۸۵۴	۰/۶۰۱	۰/۸۴۰	۰/۷۳۹	۰/۹۳۵	۰/۵۵۶
	D5	۰/۱۴۳	۰/۵۵۶	۰/۱۱۱	۱/۰۰۰	۰/۶۹۶	۰/۸۰۸	۰/۷۷۱	۰/۹۰۳	۰/۵۵۶
	D6	۰/۲۰۰	۰/۷۷۸	۰/۵۵۶	۰/۹۷۱	۰/۶۵۵	۰/۷۸۸	۰/۸۰۰	۰/۸۸۱	۰/۵۵۶
	D7	۰/۳۳۳	۰/۱۱۱	۱/۰۰۰	۰/۶۶۹	۱/۰۰۰	۰/۶۶۵	۰/۹۵۴	۰/۷۸۲	۰/۳۳۳
	D8	۱/۰۰۰	۰/۳۳۳	۰/۵۵۶	۰/۷۲۴	۰/۹۲۶	۰/۶۳۷	۰/۹۸۹	۰/۷۶۲	۰/۱۱۱
	D9	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۷۷۸	۰/۶۹۴	۰/۹۱۹	۰/۶۳۳	۱/۰۰۰	۰/۷۵۷	۰/۱۱۱

۳-۴. وزن‌دهی به شاخص‌ها

استفاده از دو روش آنتروپی براساس اطلاعات عینی و کمترین مجذورات وزین‌شده برمبنای ارجحیت‌های ذهنی تصمیم‌گیر در این مطالعه برای وزن‌دهی به شاخص‌ها بررسی می‌گردد و نتایج بررسی با یکدیگر مقایسه می‌شوند [۷].

آنتروپی در تئوری اطلاعات معیاری برای مقدار عدم‌اطمینان بیان‌شده توسط یک توزیع احتمال گسسته (P_i) است. ماتریس تصمیم‌گیری جدول (۱) با m گزینه و n شاخص درنظر گرفته می‌شود، محتوای اطلاعاتی موجود از این ماتریس تصمیم‌گیری ابتدا به‌صورت P_{ij} در رابطه (۳) نرمال می‌شود [۸].

$$P_{ij} = \frac{r_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} r_{ij}} \quad ; \quad \forall i, j \qquad (۳)$$

برای E_j از مجموعه P_{ij} ها به‌ازای هر شاخص رابطه (۴) برقرار است.

$$E_j = (-K) * \sum_{i=1}^{m} \left[(P_{ij}) * Ln(P_{ij}) \right] \quad ; \quad \forall j \qquad (۴)$$

به‌طوری‌که E_j مقدار عدم‌اطمینان بیان‌شده توسط توزیع احتمال گسسته، و $K = \frac{1}{Ln(m)}$ می‌باشد.

درجه‌انحراف d_j از اطلاعات ایجادشده به‌ازای شاخص j ام به‌صورت رابطه (۵) است.

$$d_j = 1 - E_j \quad ; \quad \forall j \qquad (۵)$$

سرانجام برای وزن‌های w_j ، از شاخص‌های موجود رابطه (۶) برقرار است.

$$w_j = \frac{d_j}{\sum_{j=1}^{n} d_j} \quad ; \quad \forall j \qquad (۶)$$

نتایج حاصل مربوط به وزن شاخص‌ها براساس روش آنتروپی، پس از محاسبات برمبنای روابط مذکور، مطابق جدول (۵) می‌باشد.

جدول ۵- مقادیر وزن محاسبه‌شده شاخص‌ها با استفاده از روش آنتروپی برای ماتریس تصمیم بی‌مقیاس‌شده خطی

مقیاس	A1(-)	A2(+)	A3(+)	A4(-)	A5(+)	A6(-)	A7(+)	A8(-)	A9(+)
۱,۳,۵,۷,۹	۰/۴۴۷۶	۰/۱۰۶۲	۰/۱۸۸۹	۰/۰۱۰۳	۰/۰۴۰۰	۰/۰۱۱۴	۰/۰۱۲۶	۰/۰۰۵۴	۰/۱۷۷۸

در برخی از مسائل به‌علت فقدان ماتریس تصمیم‌گیری، باید از قضاوت تصمیم‌گیر در مورد مقایسه اهمیت نسبی شاخص‌ها یا گزینه‌ها در رابطه با یکدیگر استفاده نمود [۸]. فرض می‌شود اهمیت n شاخص یا گزینه موجود در مسأله تصمیم‌گیری به‌صورت زوجی با یکدیگر مقایسه گردیده و نسبت‌های به مقیاس‌درآورده‌شده $a_{ij} = \frac{w_i}{w_j}$ از مقایسات وی مطابق ماتریس $\bar{D}$ رابطه (۷) حاصل شده است.

$$D = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}_{(n*n)} \qquad (۷)$$

درصورت عدم‌وجود ثبات‌کامل، در وجود رابطه $a_{ij} = \frac{w_i}{w_j}$ تردید برقرار است. به‌این‌دلیل یکی از روش‌های مورداستفاده، روش کمترین مجذورات وزین‌شده است. این روش در محاسبه w_i، تلاش در حداقل نمودن شکاف موجود بین a_{ij} و $\frac{w_i}{w_j}$ (به‌علت عدم‌ثبات‌کامل از قضاوت‌های تصمیم‌گیر) دارد. بنابراین مدل بهینه رابطه (۸) که ذیلاً درج گردیده است باید کمینه شود.

$$\begin{aligned} Min &: \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(a_{ij} * w_j - w_i)^2 \\ S.t. &: \sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \end{aligned} \qquad (۸)$$

باید $w_i > 0$ شود، اما ماهیت مدل ایجاب می‌کند که این امر تأمین گردد و ازاین‌رو احتیاجی به قید آن در مدل نیست. به‌منظور بهینه نمودن مدل فوق پس از استفاده از تابع لاگرانژ، باید دستگاه غیرهمگن حاوی $(n+1)$ معادله همراه با $(n+1)$ متغیر حل گردد.

شرط لازم برای نقطه بهینه (با قرار دادن مشتقات نسبی برابر با صفر) از رابطه بهینه فوق، شرط کافی را نیز تأمین می‌نماید، زیرا مشتمل بر یک برنامه‌ریزی محدب است و از این رو یک نقطه بهینه کلی[1] نیز حاصل می‌گردد. این دستگاه معادلات را می‌توان به‌صورت رابطه ماتریسی (۹) نشان داد.

$$\bar{A}_{(n+1)*(n+1)} * \bar{W} = \bar{d} \qquad (۹)$$

به‌طوری‌که اعضای رابطه ماتریسی فوق مطابق رابطه (۱۰) تعریف می‌شوند.

$$\begin{cases} \bar{A} = \|h_{ij}\| \\ \bar{W} = (w_1, w_2, \ldots, w_n, \lambda)^t \\ \bar{d} = (0, 0, \ldots, 0, 1)^t \end{cases} \quad \begin{cases} h_{ij} = -(a_{ij} + a_{ji}); i, j = 1, 2, \ldots, n \\ h_{ii} = h_{jj} = (n-1) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n} a_{ij}^2 \\ h_{k,n+1} = h_{n+1,k} = 1 \\ h_{n+1,n+1} = 0 \end{cases} \qquad (۱۰)$$

با حل دستگاه معادلات ماتریسی رابطه (۹) نتایج حاصل مربوط به وزن شاخص‌ها براساس روش کمترین مجذورات وزین‌شده، مطابق جدول (۶) به‌دست می‌آید.

جدول ۶- مقادیر وزن محاسبه‌شده شاخص‌ها با استفاده از روش کمترین مجذورات وزین‌شده

A1(-)	A2(+)	A3(+)	A4(-)	A5(+)	A6(-)	A7(+)	A8(-)	A9(+)
۰/۲۹۳۲	۰/۱۱۵۶	۰/۲۱۰۶	۰/۰۲۵۹	۰/۰۷۵۶	۰/۰۲۷۹	۰/۰۳۰۰	۰/۰۲۲۱	۰/۱۹۹۱

[1]- Global optimal Point

۳-۵. انتخاب گزینه برتر یا اولویت‌بندی گزینه‌ها با استفاده از روش انتخاب‌شده TOPSIS

در این مرحله با انتخاب روش TOPSIS که برمبنای کمترین فاصله از گزینه ایده‌آل و بیشترین فاصله از گزینه ایده‌آل منفی می‌باشد، اولویت‌بندی گزینه‌های ساختگاه سد انجام می‌گیرد [۶]. در این روش، ابتدا ماتریس تصمیم‌گیری موجود به‌منظور یکسان‌سازی مقیاس اعضای ماتریس، با استفاده از رابطه (۱۱) به یک ماتریس هم‌مقیاس‌شده تبدیل می‌گردد.

$$n_{ij} = \frac{r_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m} r_{ij}^2}} \qquad (۱۱)$$

سپس یک ماتریس هم‌مقیاس وزین $\overline{V}$، با مفروض بودن بردار وزن‌های مربوط به شاخص‌ها $\overline{W}$ که با استفاده از یکی از روش‌های آنتروپی، یا کمترین مجذورات وزین‌شده حاصل شده بود، مطابق رابطه (۱۲) ایجاد می‌شود.

$$\overline{V} = \overline{N}_D * \overline{W}_{n*n} \qquad (۱۲)$$

در رابطه فوق، $\overline{N}_D$ ماتریسی است که امتیازات شاخص‌ها در آن هم‌مقیاس و قابل‌مقایسه گردیده است، به‌عبارتی دیگر اعضای این ماتریس، همان اعضای ماتریس تصمیم‌گیری می‌باشند که هم‌مقیاس شده‌اند. $\overline{W}_{n*n}$ نیز ماتریسی مربعی و قطری است که فقط اعضاء و عناصر قطر اصلی آن غیرصفر بوده و برابر با وزن‌های مربوط به شاخص‌ها می‌باشند.

در ادامه نیز، راه‌حل ایده‌آل و راه‌حل ایده‌آل منفی برای گزینه ایده‌آل A^+ و ایده‌آل منفی A^- به‌ترتیب، طبق روابط (۱۳) و (۱۴) مشخص می‌شوند.

$$\begin{cases} A^+ = \left\{ (\max_i V_{ij} \,|\, j \in J), (\min_i V_{ij} \,|\, j \in J') | i = 1,2,...,m \right\} = \left\{ V_1^+, V_2^+, ..., V_j^+, ..., V_n^+ \right\} \\ J = \left\{ j = 1,2,...,n \,|\, j \xrightarrow{for} Positive\ Attribute \right\} \\ J' = \left\{ j = 1,2,...,n \,|\, j \xrightarrow{for} Negative\ Attribute \right\} \end{cases} \qquad (۱۳)$$

$$\begin{cases} A^- = \left\{ (\min_i V_{ij} \,|\, j \in J), (\max_i V_{ij} \,|\, j \in J') | i = 1,2,...,m \right\} = \left\{ V_1^-, V_2^-, ..., V_j^-, ..., V_n^- \right\} \\ J = \left\{ j = 1,2,...,n \,|\, j \xrightarrow{for} Positive\ Attribute \right\} \\ J' = \left\{ j = 1,2,...,n \,|\, j \xrightarrow{for} Negative\ Attribute \right\} \end{cases} \qquad (۱۴)$$

سپس اندازه جدایی (فاصله) گزینه iام از ایده‌آل d_{i+} و نیز فاصله گزینه iام از ایده‌آل منفی d_{i-} با استفاده از روش اقلیدسی به‌ترتیب، مطابق روابط (۱۵) و (۱۶) به‌دست می‌آید.

$$d_{i+} = \left\{ \sum_{j=1}^{n} (V_{ij} - V_j^+)^2 \right\}^{0.5} \quad ; \quad i = 1,2,...,m \qquad (۱۵)$$

$$d_{i-} = \left\{ \sum_{j=1}^{n} (V_{ij} - V_j^-)^2 \right\}^{0.5} \quad ; \quad i = 1,2,...,m \qquad (۱۶)$$

در نهایت، نزدیکی نسبی گزینه A_i به راه‌حل ایده‌آل cl_{i+} طبق رابطه (۱۷) محاسبه می‌گردد.

$$cl_{i+} = \frac{d_{i-}}{(d_{i+} + d_{i-})} \quad ; \quad 0 \le cl_{i+} \le 1 \quad ; \quad i = 1,2,...,m \qquad (۱۷)$$

اولویت‌بندی گزینه‌ها بر اساس بیشترین مقدار نزدیکی نسبی گزینه A_i به راه‌حل ایده‌آل cl_{i+} و به‌ترتیب صعودی به نزولی، مطابق جدول‌های (۷) و (۸) براساس وزن‌های شاخص حاصله از دو روش آنتروپی و کمترین مجذورات وزین‌شده صورت می‌پذیرد.

جدول ۷- اولویت‌بندی گزینه‌ها براساس روش TOPSIS برای وزن‌های شاخص به‌دست‌آمده براساس روش آنتروپی

مقیاس	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۱,۳,۵,۷,۹	۰/۶۹۳۸	۰/۶۴۳۶	۰/۶۳۹۱	۰/۵۱۲۱	۰/۳۵۰۵	۰/۳۰۶۵	۰/۲۷۸۵	۰/۲۷۰۴	۰/۲۴۹۲
	D9	D7	D8	D6	D1	D4	D5	D2	D3

جدول ۸- اولویت‌بندی گزینه‌ها براساس روش TOPSIS برای وزن‌های شاخص به‌دست‌آمده براساس روش کمترین مجذورات وزین‌شده

مقیاس	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۱,۳,۵,۷,۹	۰/۶۰۸۶	۰/۶۰۱۵	۰/۵۲۷۶	۰/۵۱۸۲	۰/۴۵۸۲	۰/۳۵۳۹	۰/۳۳۹۶	۰/۳۱۷۱	۰/۲۹۴۸
	D9	**D7**	**D8**	**D6**	**D1**	**D2**	**D4**	**D3**	**D5**

۴. نتیجه‌گیری

در وزن‌دهی به شاخص‌ها، بر اساس روش آنتروپی، به‌دلیل استناد این روش به ماتریس تصمیم‌گیری، نوع مقیاس کمی مورداستفاده (در این تحقیق مقیاس فرد) و نیز نوع بی‌مقیاس نمودن (در این پژوهش بی‌مقیاس نمودن خطی) در دقت پاسخ‌های حاصل‌شده کاملاً تأثیرگذار است و وزن‌های حاصل‌شده از روش آنتروپی بر اساس ماتریس بی‌مقیاس‌شده خطی دارای دقت بالایی خواهند بود.

در وزن‌دهی بر اساس روش کمترین مجذورات وزین‌شده نیز، به‌دلیل استناد این روش به ماتریس مقایسات زوجی، آنچه از نتایج مربوط به وزن‌های شاخص‌ها به چشم می‌آید این است که وزن‌های به‌دست‌آمده از این روش با حل یک مسأله کمینه‌سازی مطابق آنچه بیان گردید تحلیل می‌گردد. از آنجایی که روش کمترین مجذورات وزین‌شده در حصول جواب از داده‌های ماتریس مقایسات زوجی استفاده می‌کند و داده‌های این ماتریس، خود مبتنی بر قضاوت‌های تصمیم‌گیر می‌باشند که بیشتر در شرایط عدم ثبات کامل رخ می‌دهد (در این تحقیق و در این مورد مطالعاتی نیز چنین می‌باشد)، بنابراین استفاده از این روش مبتنی بر عدم‌قطعیت بیشتری نسبت به روش آنتروپی بر مبنای ماتریس تصمیم‌گیری است. اما استفاده از هر یک از این روش‌ها وابسته به نوع اطلاعات و داده‌های ورودی مسأله (اعم از ماتریس تصمیم‌گیری و ماتریس مقایسات زوجی) است. از طرفی تعداد گام‌های پیموده‌شده در روش بردار ویژه برای حصول پاسخ، بستگی به میزان بی‌ثباتی و ناسازگاری ماتریس مقایسات زوجی و اختلاف موجود بین مقادیر a_{ij} و $\frac{w_i}{w_j}$ خواهد داشت. در استفاده از دو روش وزن‌دهی، نتایج وزن‌های شاخص‌ها متفاوت اما اولویت شاخص‌ها یکسان می‌باشد.

روش TOPSIS به‌دلیل ماهیت مقایسه توأم دو فاصله از گزینه ایده‌آل و گزینه ایده‌آل منفی، روش مناسبی برای اولویت‌بندی گزینه‌ها محسوب می‌شود و از هر دو روش تعیین وزن به طریق آنتروپی و کمترین مجذورات وزین‌شده، منجر به نتایج تقریباً یکسانی می‌گردد که این امر کاملاً بستگی به نوع روش مورداستفاده در وزن‌دهی شاخص‌ها و نیز اولویت‌بندی وزن‌های شاخص‌ها دارد.

۵. منابع و مراجع

1. Hyde, K.M., Maier, H.R., and Colby, C.B., (2005), "A Distance-Based Uncertainty Analysis Approach to Multi Criteria Decision Analysis for Water Resource Decision Making," Journal fo Environmental Management, V 77, P 278-290.

۲. شرکت مهندسی مشاور طوس‌آب، (۱۳۸۵)، "گزارش سیمای طرح، طرح توسعه منابع آب حوضه تالار و کسیلیان،" وزارت نیرو، شرکت سهامی آب‌منطقه‌ای مازندران.

۳. شرکت مهندسی مشاور طوس‌آب، (۱۳۸۲)، "گزارش ارزیابی گزینه‌های پیشنهادی، طرح توسعه منابع آب حوضه تالار و کسیلیان،" وزارت نیرو، شرکت سهامی آب‌منطقه‌ای مازندران.

۴. میان‌آبادی، حجت.، (۱۳۸۵)، "تصمیم‌گیری چندمعیاره (MCDM) در مدیریت و برنامه‌ریزی منابع آب،" سمینار کارشناسی ارشد، دانشگاه علم و صنعت.

5. Hajkowicz, S., Young, M., Wheeler, S., MacDonald, D., Young, D., (2000), "Supporting Decisions: Understanding Natural Resource Management Assessment Techniques, " CSIRO Land and Water 2000.

۶. اصغرپور، محمدجواد.، (۱۳۸۷)، "تصمیم‌گیری چندمعیاره"، انتشارات دانشگاه تهران، چاپ پنجم.

7. Mousseau, V., Figueria, J., Dias, L., Gomes da Silva, C., Climaco, J., (2003), "Resolving Inconsistencies Among Constraints on The Parameters of An MCDA Model". *European Journal of Operational Research.* V 147, P 72-93.

8. Hwang, C.L., Lin, M.J., (1987), "Group Decision Making Under Multiple Criteria: Methods and Applications". Berlin; New York: Springer- Verlag.